4M

УДК 004.932.2

Г.М. Мельник
Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль, Україна
mgm@tneu.edu.ua

Метод і алгоритми аналізу симетричних зображень

У статті розглянуто задачу опису зображень повторюваних елементів при їх класифікації і розпізнаванні. Запропоновано метод на основі застосування груп симетрії, що дозволяє отримати інваріантний до повороту, зсуву та масштабу структурний опис зображень.

Вступ

Зображення, що містять повторювані елементи, є предметом аналізу в системах комп'ютерного зору та широко використовуються в комп'ютерній графіці. Не дивлячись на нескінченну різноманітність таких зображень, кінцева множина груп симетрії цілком характеризує їх можливу структурну симетрію [1]. Зокрема, сім груп бордюру описують всі зображення, утворені переносом уздовж одного виміру, а 17 груп шпалер описують всі зображення, утворені двома лінійно незалежними переносами – сітчасті орнаменти. Ми називатимемо симетричною таку фігуру, яка складається з геометрично рівних частин, однаковим чином розташованих одна відносно одної. Симетричною називається всяка фігура, яка може суміщатися сама з собою в результаті одного або декількох послідовно проведених віддзеркалень в площинах [1]. Зображення сітчастих орнаментів широко застосовуються у виробництві шпалер, тканин, килимів, у оформленні архітектурних елементів (рис. 1а). Вони зустрічаються також у біологічних тканинах тварин і рослин [2], у лусці риб, бджолиному стільнику і т.д.

Зображення повторюваних елементів можна описати наступним чином:

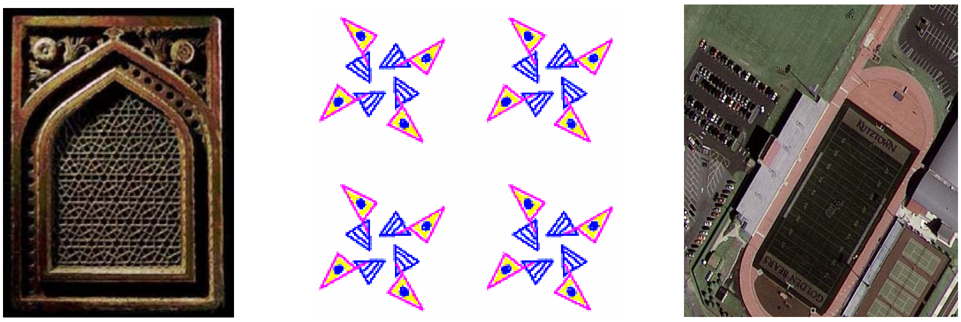
1) існує фрагмент, який регулярно повторюється в межах області, яка велика порівняно з його розміром;

2) цей фрагмент утворено певними елементарними (непохідними) частинами, що розміщені невипадковим порядком;

3) елементарні частини є приблизно однаковими в межах всього зображення.

Якщо повторюваний елемент займає все поле зору, то таке зображення називають текстурою. Текстура [3] в загальному випадку – це функція просторової зміни розподілу інтенсивностей пікселів. Відповідно до психології сприйняття текстура володіє такими властивостями [4], як зернистість, контраст, напрямленість та ін. Умовно текстурні зображення можна розділити на штучні і природні. Штучні текстури – це структури з графічних елементів, розташованих на нейтральному фоні (рис. 1а). Такими знаками можуть бути відрізки, лінії, точки або букви. Природні текстури є відображенням фізичних властивостей поверхні об'єктів. До природних можемо віднести фотографічні чи синтезовані текстури, що відтворюють: поверхню певного матеріалу (дерево, тканина, метал, поверхня каменю, асфальт, поверхня листка дерева), групу певних об'єктів (крупа, тканина органа людського організму, трава, ліс, група будинків на аерофотознімку), зображення природного явища (хмара, туман). Джерелом зображень, що містять текстуру, в медицині є цитологія, гістологія, ендоскопія, рентгенологія, ультразвукове дослідження.

За правилом розміщення елементів текстурні зображення можна класифікувати [5] на регулярні, близькорегулярні та нерегулярні. *Регулярна* текстура – це набір примітивів із строгим правилом розміщення. *Близькорегулярна* текстура містить примітиви, що легко виділити, проте містить спотворення трансляції елемента його форми, розміру, кольору. Якщо і далі спотворювати правило розміщення, наближаючи його до випадкового, отримаємо *нерегулярну* текстуру.



а) б) в)

Рисунок 1 – Зображення з елементами симетрії

Однак група певних об’єктів може бути частиною складної сцени або синтезованого фотореалістичного зображення. Задача аналізу сцени [6] полягає у визначенні числа її об’єктів і прийнятті рішення по кожному об’єкту на основі розпізнавання їх образів. Одним з етапів аналізу є побудова інваріантних представлень виділених образів на основі їх розбиття на примітиви. Представлення образу примітивами повинно зберігати інваріантність відносно афінних перетворень.

Аналіз зображень повторюваних елементів застосовується [7], [8] при обробленні дистанційно отриманих зображень (аерокосмічних знімків), контролі якості матеріалів і тканин, обробленні біомедичних зображень, обробленні документів та ін.

У випадку аналізу регулярних та близькорегулярних структур, коли визначення непохідних елементів значно простіше, ніж визначення і аналіз цілого образу, доцільним є використання структурного опису образу [9]. Пошуку повторюваних образів на зображеннях природних об’єктів присвячені роботи [10-15]. Основною гіпотезою є твердження, що повторювані елементи на зображенні пов’язані афінними перетвореннями. Серед даних робіт можна виділити два наступні підходи до виявлення повторюваних образів [16]. Перший – знаходження множини ознак елементів зображення і побудова гіпотези про їх зв’язки [10], [12], базуючись на відповідності певній параметричній моделі. Переваги цього підходу – здатність виявити малі, по відношенню до розміру всього зображення, повторювані елементи і здатність групувати елементи, незважаючи на локальні деформації поверхні об’єкта, зображення якого аналізується. Недоліком підходу є застосування до зображень близькорегулярних зображень з чіткими контурами.

Другий підхід базується на використанні автокореляційної функції [11], [14], [15]. Він базується на припущенні, що повторюваний образ займає велику частину зображення і не має спотворень при трансляції. Недоліком такого підходу є використання глобальних ознак, що дозволяє застосування тільки для аналізу регулярних образів. Застосування теоретико-групового підходу і для опису, і для синтезу зображень наведено в роботі [2].

Метою даного дослідження є розроблення методу аналізу і опису елементів симетрії на зображеннях. Наведемо зведену таблицю всіх 17 видів симетрії сітчастих орнаментів (рис. 2) [1].

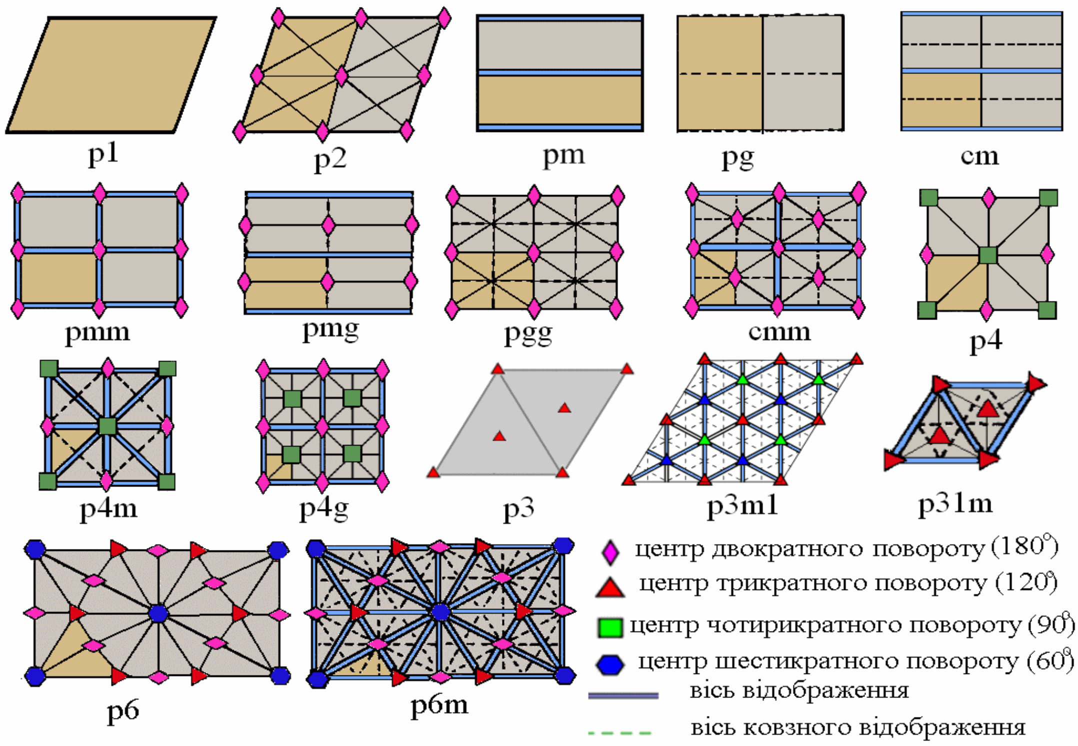


Рисунок 2 – Елементи симетрії 17 груп площини

На рис. 2 наведені проекції елементів симетрії всіх двовимірних груп і їх символи, записані за міжнародною системою.

Метод аналізу симетричних зображень

Постановка задачі

Розширимо опис структури симетричного зображення, запропонований у [2]. *Елементарне зображення* I_E визначимо як найменшу несиметричну частину вихідного зображення. *Елементарною коміркою* P назвемо зображення, отримане шляхом застосування комбінацій геометричних перетворень S до елементарного зображення

$$P = S(I_E) = \{S(x,y) \mid (x,y) \in I_E\}.$$

Симетричним назвемо зображення I_S, отримане в результаті паралельних переносів елементарної комірки вздовж осі OX (для смуги) і осей OX і OY (для площини):

$$I_S = L(P) = \{L(x,y) \mid (x,y) \in Rp\}.$$

В загальному випадку безвідносно до групи симетрії рівняння симетричного зображення має вигляд:

$$I_S = jT_{LY}(iT_{LX}[T_n(T_{n-1}(T_{n-2}\ldots T_1(X)))]),$$

де X – координатний вектор елементарного рисунка;

T_1, T_2, …, T_n – матриці породжувальних перетворень елементарної комірки;

T_{LX} – матриця трансляцій вздовж OX;

T_{LY} – матриця трансляцій вздовж OY;

i, j – кількість елементарних комірок вздовж OX і OY відповідно.

Для заданого вхідного зображення необхідно знайти перетворення T, елементарну комірку P і групу симетрії G на основі породжувальних перетворень $T_1, T_2, \ldots, T_n$.

Метод аналізу симетричного зображення пропонується розділити на два основних етапи: визначення елементарних рисунків і виведення правила розміщення. Просторове розміщення елементів характеризується сіткою розміщення і певною групою симетрії [15]. Метод базується на наступних алгоритмах: сегментації вихідного зображення, пошуку відповідних точок на контурах елементарних рисунків, визначення породжувальних перетворень для елементарних рисунків, пошуку елементарних комірок і створення сітки орнаменту. Розглянемо ці алгоритми детальніше.

Алгоритм пошуку відповідних точок на контурі елементарного рисунка

Після кроку грубої сегментації проводимо розфарбовування, тобто присвоюємо кожному об'єкту номер і отримуємо множину об'єктів V. Множина V містить p елементарних зображень, які пронумеровані числами від 1 до p, тобто $V = \{1,2,..., p\}$.

Для визначення перетворення, що пов'язує дві області (рис. 3), достатньо знайти 3 відповідні точки на їх контурі.

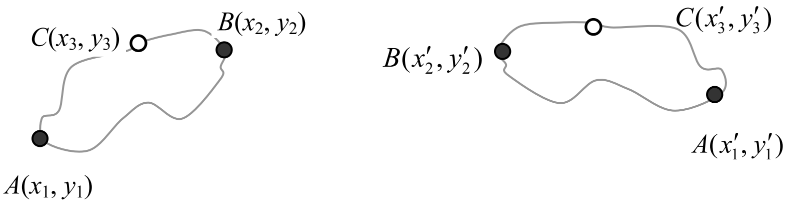


Рисунок 3 – Відповідні точки на контурах двох областей

Для забезпечення інваріантності опису зображення до повороту елементарних рисунків використовуємо центральні моменти [17]. Визначення просторових моментів для функції рівнів сірого $f(x, y)$ об'єкта наступне:

$$m_{p,q} = \iint x^p y^q f(x, y)dxdy .$$

Інтеграл обчислюється над областю об'єкта. В загальному випадку, щоб обчислити моменти об'єкта, може використовуватися будь-яка ознака пікселя. Сума $p + q$ індексів є порядком моменту $m_{p,q}$. Момент нульового порядку описує площу області. Моменти першого порядку ($(p, q) = (1,0)$ або $(0,1)$) містять інформацію про центр мас об'єкта:

$$x_c = \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}},\ y_c = \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}} .$$

Із просторових моментів центральні моменти можуть бути отримані скороченням просторових моментів з допомогою центра мас (x_c,y_c) об'єкта, так що всі центральні моменти відносилися до центра мас об'єкта:

$$\mu_{p,q} = \iint (x - x_c)^p\ (y - y_c)^q\ f(x, y)dxdy .$$

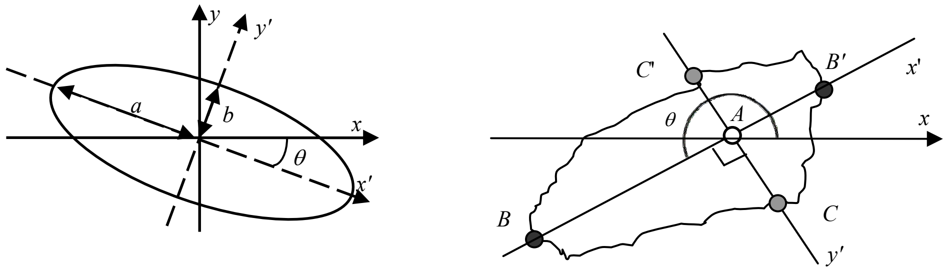
Основна перевага центральних моментів – їх інваріантність до переносу об'єкта. На основі центральних моментів другого порядку можна отримати великі осі інерції області. Великі осі інерції – це ті осі, навколо яких область може обертатися з мінімальною (велика піввісь a) або максимальною (мала піввісь b) інерцією (рис. 4а). Кут орієнтації області відносно осі ординат обчислюється так:

$$\theta = \frac{1}{2} arctg \frac{2\mu_{1,1}}{\mu_{2,0} - \mu_{0,2}} .$$

Координати відповідних точок знаходимо наступним чином. Спочатку знаходимо координати центра мас області A. Потім будуємо пряму x', яка проходить через центр

мас області і перетинає її контур в двох точках. Точка B завжди визначається таким чином, щоб виконувалась умова $|BA|>|AB'|$, як зображено на рис. 4 б).

Далі для визначення третьої точки C через центр мас проводиться пряма x' перпендикулярна до великої осі. Пряма y' перетинає контур в двох точках C і C'. Третя ключова точка C завжди обирається таким чином, щоб виконувалась умова $|CM|>|MC'|$, як зображено на рис. 4 б).



а) б)

Рисунок 4 – Визначення відповідних точок:
а) головні осі області; б) відповідні точки на контурі області

Алгоритм визначення породжувальних перетворень для елементарних рисунків

Після знаходження трьох відповідних точок потрібно визначити коефіцієнти перетворень. Коефіцієнти визначаються попарно для 1-го та i-го об'єктів, де $i=\overline{2,p}$. Породжувальне перетворення T представляється матрицею

$$T=\begin{bmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ m & n & 1 \end{bmatrix},$$

де a, b, c і d – коефіцієнти масштабування, повороту, відображення і зсуву відповідно, m і n задають зміщення.

Коефіцієнти породжувальних перетворень, що описують розміщення початкового зображення, отримуються із системи рівнянь

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} a \\ b \\ m \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} c \\ d \\ m \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \end{bmatrix},$$

де (x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3) – відповідні точки, що належать першому елементарному зображенню;

(x'_1,y'_1), (x'_2,y'_2), (x'_3,y'_3) – відповідні точки, що належать другому елементарному зображенню. Невідомі коефіцієнти визначаються наступним чином:

$$a=\frac{y_1(x'_3-x'_2)+y_2(x'_1-x'_3)+y_3(x'_2-x'_1)}{y_1(x_3-x_2)+y_2(x_1-x_3)+y_3(x_2-x_1)},$$

$$b=\frac{x_1(x'_2-x'_3)+x_2(x'_3-x'_1)+x_3(x'_1-x'_2)}{y_1(x_3-x_2)+y_2(x_1-x_3)+y_3(x_2-x_1)}, \qquad (1)$$

$$c=\frac{y_1(y'_3-y'_2)+y_2(y'_1-y'_3)+y_3(y'_2-y'_1)}{y_1(x_3-x_2)+y_2(x_1-x_3)+y_3(x_2-x_1)},$$

$$d = \frac{x_1(y_2' - y_3') + x_2(y_3' - y_1') + x_3(y_1' - y_2')}{y_1(x_3 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_1)},$$

$$m = \frac{x_1(y_2x_3' - y_3x_2') + x_2(y_3x_1' - y_1x_3') + x_3(y_1x_2' - y_2x_1')}{y_1(x_3 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_1)},$$

$$n = \frac{x_1(y_2y_3' - y_3y_2') + x_2(y_3y_1' - y_1y_3') + x_3(y_1y_2' - y_2y_1')}{y_1(x_3 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_1)}.$$

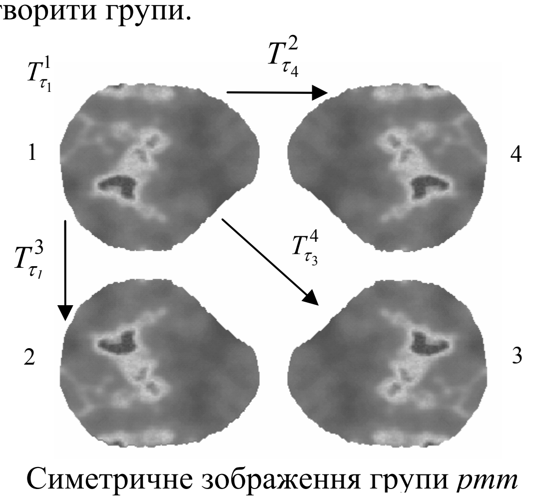
Оскільки породжувальні перетворення груп симетрії на площині містять набір однакових зсувів для різних груп, аналізуємо окремо зсув елементарного зображення, заданий вектором (m, n), і матрицю його перетворення з коефіцієнтів a, b, c, d окремо. Для двох точок $(x'\ y')$ та $(x\ y)$ перетворення виглядає так

$$(x'\ y') = (m\ n) + \left((x\ y) \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right).$$

Опис елементарної комірки та класифікація групи симетрії

Множину V потрібно розбити на k підмножин $V_1, V_2, ..., V_k$, кожна з яких містить елементарні зображення, які утворюють P. Кожна група симетрії повністю характеризується своїми породжувальними перетвореннями, які можна записати у вигляді коду [18]. При чому різні породжувальні перетворення розділяють однакові вектори зсуву. Присвоїмо всім можливим векторам зсуву $\tau = [m\ n]$ перетворенням номери $l = 1, ..., 21$, а матрицям перетворень $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ номери $k = 1,...,10$. Комбінацію перетворення і зсуву позначимо відповідно $T_{\tau_l}^k$.

Групу симетрії елементарної комірки опишемо через впорядковану послідовність породжувальних перетворень між першим елементарним рисунком та всіма іншими $g(P) = \{T_\tau \mid T \in T^*, \tau \in L\}$, де T^* – множина всіх різних перетворень симетрії, що можуть утворити 17 груп на площині, L – множина всіх векторів зсуву, що можуть утворити групи.



Симетричне зображення групи *pmm*

Породжувальні перетворення

$$T^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tau_1 = [0 \quad 0]$$

$$T^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \tau_2 = [0 \quad n]$$

$$T^4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \tau_3 = [m \quad n]$$

$$T^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \tau_4 = [m \quad 0]$$

Опис елементарної комірки

$$g(P) = (T_{\tau_1}^1, T_{\tau_2}^3, T_{\tau_3}^4, T_{\tau_4}^2)$$

Рисунок 5 – Опис породжувальних перетворень

Алгоритм класифікації групи симетрії елементарної комірки

Класифікація групи симетрії зводиться до послідовного зівставлення послідовності породжувальних перетворень однієї з 17 груп $g_r^*(P)$, $r = 1, ..., 17$ із послідовністю, утвореною для даного зображення $g(P)$. Визначення виду виміряного перетворення в C аналізованого елементарного рисунка проводиться шляхом його послідовного порівняння з усіма можливими еталонними перетвореннями T^*, для 17 груп симетрії площини і визначення найближчого згідно з введеною відстанню *d.* Відстань $d(C,T)$ між матрицями двох перетворень $C = \|a(i,j)\|$ і $T = \|b(i,j)\|$ розраховується як сума відстаней між відповідними елементами матриць

$$d(C,T) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\left|a(i,j) - b(i,j)\right|.$$

Для визначення елементарних комірок на множині знайдених елементарних зображень необхідно виконати наступні кроки:

1. На даному етапі досліджень ми розглядаємо зображення з однорідним фоном, який легко виділити за допомогою порогових алгоритмів або нарощування областей [4]. Сегментацію визначаємо як розбиття вихідного зображення *I* на фон I_{Φ} і *p* областей, що містять елементарні зображення:

$$I = I_{E_1} \cup I_{E_2} \cup \ldots \cup I_{E_p} \cup I_{\Phi}.$$

2. Якщо у *V* є необроблені об'єкти виконувати 1.1 інакше перейти до к. 6:

2.1. Вибрати об'єкт *v* і обчислити для нього перетворення *C* згідно з (1);

2.2. Знайти породжувальне перетворення *T* для виміряного перетворення *C* і записати його в опис комірки $g(P)$. Якщо знайдене перетворення є трансляцією, то перейти до кроку 2.3, інакше перейти до кроку 2.1.

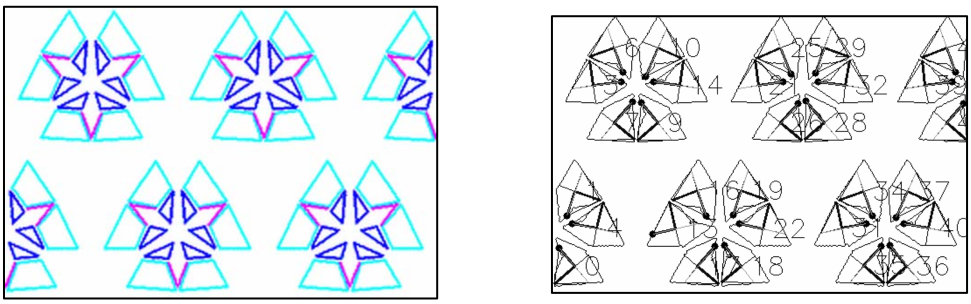
2.3. Послідовно зіставити $g(P)$ із описом всіх 17 груп симетрії площини $g_r^*(P)$, $r = 1,...,17$ і визначити індекс групи симетрії *r*.

3. Визначення осей переносу між знайденими елементарними комірками.

Результатом аналізу є сітка, що розділяє симетричне зображення на елементарні комірки.

Експериментальні дослідження

Проведемо експериментальні дослідження штучних симетричних (рис. 6а) зображень. Як приклад обрано зображення з групою симетрії $p3m1$. Для сегментації даного зображення застосовано алгоритм нарощування фону.



а) б)

Рисунок 6 – Результат визначення ознак елементарних зображень: а) вхідне зображення; б) результат розфарбовування об'єктів і визначення відповідних точок

Результатом аналізу є структура рапорту групи симетрії площини $p3m1$, яка зображена на рис. 7. Група $p3m1$ містить три різні центри трикратного повороту (120°) та симетрію відображення відносно трьох сторін рівностороннього трикутника (рис. 2).

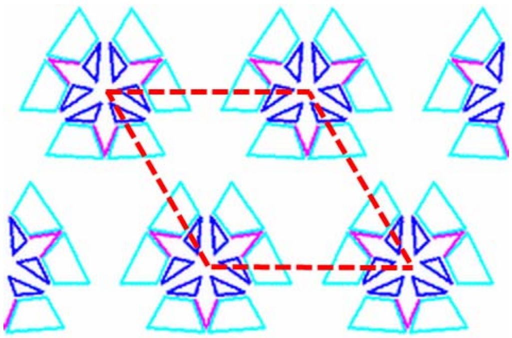


Рисунок 7 – Визначення рапорту на симетричному зображенні

Рапорт симетричного зображення або елементарна комірка орнаменту позначена штриховою лінією. Як видно з ілюстрації, певні частини зображення не проаналізовані, оскільки є фрагментами рапортів.

Висновки

Перевагами розробленого методу є інваріантність відносно масштабу зображення, кількості періодів повтору рапорту. Для пошуку відповідних точок об'єктів можуть використовуватись як контурні, так і площинні ознаки зображення залежно від апріорної інформації в конкретній області застосування.

Для програмної реалізації алгоритмів, що реалізують метод, використано середовище Microsoft Visual Studio 2008 Express Edition, відкриту бібліотеку алгоритмів оброблення зображень OpenCV 2.0. При тестуванні алгоритмів на зображеннях, використаних авторами [15], було досягнуто збільшення швидкості у 4 рази порівнянно із змодельованим алгоритмом цих же авторів, що базується на автокореляції. Метод може бути ефективно застосований для розв'язання наступних практичних задач: структурний опис зображення, пошук зображення в БД за описом, контекстний пошук зображень, аналіз структурних змін для серії зображень, зіставлення зображень на основі опису.

Література

1. Шубников А.В. Симметрия в науке и искусстве / А.В. Шубников, В.А. Копцик. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004. – 560 с.
2. Березький О.М. Методи і алгоритми аналізу та синтезу складних зображень на основі теоретико-групового підходу / О.М. Березький, В.В. Грицик // Доповіді Національної академії наук України. – 2009. – № 11. – С. 64-79.
3. The Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision. – [2nd Edition]. – New Jersey, USA : World Scientific Publishing Co., 1998. – 1019 c.
4. Pratt W.K. Digital Image Processing: PIKS Scientific Inside / William K. Pratt. – NY, USA : John Wiley & Sons, Inc., 2007. – 782 c.
5. Liu Y. Near-regular Texture Analysis and Manipulation / Yanxi Liu, Wen-Chieh Lin, James H. Hays // ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2004). – 2004. – С. 368-376.
6. Ганебных С.Н. Анализ сцен на основе применения древовидных представлений изображений / С.Н. Ганебных, М.М. Ланге // Математические методы распознавания образов (ММРО-11) : сборник докладов 11-й Всероссийской конференции. – 2003. – С. 271-275.
7. Handbook of Texture Analysis. – London, UK : Imperial College Press, 2008. – 413 c.

8. Tuceryan M. Texture Analysis / M. Tuceryan, A.K. Jain // Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision. – [2nd Edition]. – World Scientific Publishing Co., 1998. – C 207-249.
9. Фу К.С. Структурные методы в распознавании образов / Фу К.С. – Москва : МИР, 1977. – 319 с.
10. Leung T. Detecting, localizing and grouping repeated scene elements / T. Leung, J. Malik // 4th European Conference on Computer Vision (Cambridge, UK, April 15 – 18, 1996 Proceedings). – 1996. – С. 546-555.
11. Lin H.C. Extracting periodicity of a regular texture based on autocorrelation functions / Hsin-Chih Lin, Ling-Ling Wang, Shi-Nine Yang // Pattern Recognition Letters. – 1997. – Т. 5, № 18. – С. 433-443.
12. Schaffalitzky F. Geometric grouping of repeated elements within images / F. Schaffalitzky, A. Zisserman // In Proc. 9th British Machine Vision Conference, Southampton. – Southampton, 1998. – С. 13-22.
13. Schaffalitzky F. Geometric Grouping of Repeated Elements within Images / Frederik Schaffalitzky, Andrew Zisserman // Shape, Contour and Grouping in Computer Vision. Lecture Notes In Computer Science. – 1999. – № 1681. – С. 165-181.
14. Liu Y. Frieze and Wallpaper Symmetry Groups Classification under Affine and Perspective Distortion / Y. Liu, R. Collins // Robotics Institute. – Pittsburgh, PA.,US, 1998. – 56 с.
15. Liu Y. Computational Model for Periodic Pattern Perception Based on Frieze and Wallpaper Groups / Yanxi Liu, Robert T. Collins, Yanghai Tsin // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (TPAMI). – 2004. – Т. 1, № 26. – С. 354-371.
16. Turina A.A Geometric Framework for Visual Grouping / Andreas Turina ; Swiss federal institute of technology (Zurich). – Zurich, 2002. – 157 с.
17. Коксетер Г.С.М. Порождающие элементы и определяющие соотношения дискретных групп / Г.С.М. Коксетер, У.О.Дж. Мозер ; пер. с англ. – М. : Наука, 1980. – 240 с.
18. Kilian J. Simple Image Analysis by Moments. [Електронний ресурс] / J. Kilian // OpenCV library documentation. – 2001. – 8 с. – Режим доступу до статті : http://public.cranfield.ac.uk/ c5354/ teaching/ dip/opencv/SimpleImageAnalysisbyMoments.pdf

Г.М. Мельник

Метод и алгоритмы анализа симметрических изображений

В статье рассмотрена задача описания изображений повторяемых элементов при их классификации и распознавании. Предложен метод на основе применения групп симметрии, что позволяет получить инвариантное к повороту, сдвигу и масштабу структурное описание изображений.

G.M. Melnyk

Method and Algorithms of Analysis of Symmetrical Images

The task of description of images of repeated elements for image classification and recognition is considered. It is proposed a method on the basis of summetry groups that provides to get rotate, translate and scale invariant structural description of image.

Статья поступила в редакцию 01.07.2010.